Ett klassiskt sannolikhetsproblem

Ett klassiskt sannolikhetsproblem

Ett välkänt sannolikhetsproblem är följande:

Individ I har vunnit en tävling och får därför tävla om en bil. Tävlingsledaren presenterar för I tre stycken dörrar: A, B och C. Bakom två av dörrarna finns leksaksbilar och bakom en av dörrarna finns den riktiga bilen. Individ I väljer dörr A. Sedan öppnar tävlingsledaren den dörr av de I inte har valt som innehåller en av leksaksbilarna, B. För att få maximalt hög sannolikhet att få den riktiga bilen, ska individ I stå kvar vid dörr A eller byta till dörr C?

Det intressanta med problemet är att dess svar strider mot många människors logiska intuition. Många tror intuitivt att sannolikheten att vinna den riktiga bilen, som ursprungligen är 1/3, inte förändras när informationen om vilken av de *andra* dörrarna som *inte* innehåller vinsten framförs. De båda återstående dörrarna, den tidigare valda och den återstående, hade onekligen samma *ursprungliga* sannolikhet att innehålla vinsten. Dock håller de med om att sannolikheten skulle ändras, till 1/2, om informationen framförs innan dörrvalet inträffar (ty endast två dörrar vid det valtillfället återstår).

Problemet med denna intuitiva uppfattning, att sannolikheten inte ändras, ligger i att ingen hänsyn tas till att individ I faktiskt kan *ändra* dörr efter att informationen framförts. Detta, ”nya”, resonemang antyder att sannolikheten faktiskt uppnår 1/2. Emellertid är även detta inkorrekt eftersom sannolikheten att dörr *A* innehöll vinsten ursprungligen inte var 1/2.

För att tydliggöra den korrekta sannolikheten vid dörrbyte, som är 2/3, analyserar vi nu situationen noggrant genom att rada upp de premisser vi känner till och utifrån dem deducera den korrekta sannolikheten vid dörrbyte.

1. Ursprungligen var sannolikheten att dörr *A* innehöll vinsten 1/3.
2. Efter att informationen om vilken av de återstående dörrarna som inte innehåller vinsten framförts gäller följande vid ett dörrbyte:
    a. Om den ursprungliga dörren innehåller vinsten, kommer den nya dörren inte att innehålla vinsten.
    b. Om den ursprungliga dörren inte innehåller vinsten, kommer den nya dörren att innehålla vinsten. (Om varken den ursprungliga dörren eller den som öppnats innehåller vinsten, måste den sista dörren helt säkert innehålla vinsten.)

Vi ser alltså att ett dörrbyte gör om vinst till ingen vinst och ingen vinst till vinst. Eftersom den ursprungliga sannolikheten för vinst var 1/3 och alla dessa fall blir till ingen vinst, kommer den slutgiltiga (efter ett dörrbyte) sannolikheten för ingen vinst att bli 1/3. Vidare, om den slutgiltiga sannolikheten för ingen vinst är 1/3 kommer sannolikheten för komplementhändelsen (den motsatta händelsen), d.v.s. vinst, att bli 1-1/3=2/3.

Vilket skulle bevisas.

För att få maximalt hög sannolikhet att få den riktiga bilen ska individ I således byta dörr till *C*.