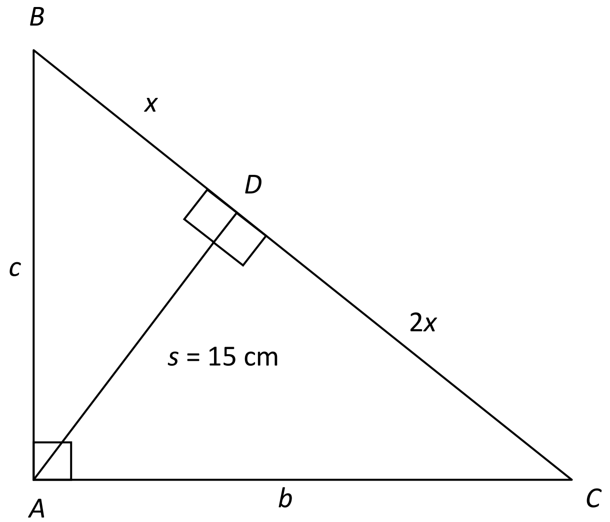
Vi har alltså nedanstående figur, i vilken vi söker sträckan $BC = 3x$.



Pythagoras sats på de tre trianglarna *⊿ABC*, *⊿ABD* och *⊿ACD* ger

$$b^2 + c^2 = 9x^2 \tag{1}$$

$$x^2 + s^2 = c^2 \tag{2}$$

$$4x^2 + s^2 = b^2 \tag{3}$$

vilket är ett ekvationssystem med tre ekvationer och tre obekanta. Vi kan börja med att eliminera *b* från systemet genom att stoppa in (3) i (1). Vi erhåller då

$$4x^2 + s^2 + c^2 = 9x^2. \tag{1'}$$

Vi kan fortsätta med att eliminera *c* genom att stoppa in (2) i (1').

$$5x^2 + 2s^2 = 9x^2. \tag{1''}$$

Men

$$5x^2 + 2s^2 = 9x^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{2}s^2$$

och då av geometriska skäl $x > 0$ måste

$$x = \frac{1}{\sqrt{2}}s.$$

Emedan

$$BC = 3x \approx 32 \text{ cm}$$

är vi klara.

$$\cos(2x - 40) = \cos(20 - \mathrm{x})$$

Eftersom du inte skriver ut något gradtecken efter 40 och 20 utgår jag från att alla vinklar är angivna i radianer. Enligt definitionen av cosinus (m h a enhetscirkeln) är det klart att två cosinusvärden $\cos\alpha$ och $\cos\beta$ är lika om och endast om

$$\alpha = \pm\beta + n \cdot 2\pi, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

I det här fallet måste alltså

$$2x - 40 = 20 - x + n \cdot 2\pi \Leftrightarrow x = 20 + n\frac{2\pi}{3}$$

eller

$$2x - 40 = -20 + x + n \cdot 2\pi \Leftrightarrow x = 20 + n \cdot 2\pi.$$

Vi ser att varje rot *x* som satisfierar ekvationen kan skrivas

$$x = 20 + n\frac{2\pi}{3}, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Funktionen *f* definieras alltså av

$$f: x \longmapsto x^2 - 2x + 2$$

med definitionsmängden $D_f =]0,3[$.

Vi skulle förstås kunna bestämma funktionens extremvärden genom att derivera den och bestämma för vilka värden på argumentet *x* som derivatan blir noll; det är en mycket enkel rutinuppgift. Emellertid är funktionen så pass enkel att ett sådant långt förfarande vore onödigt.

Vi inser nämligen omedelbart att[1]

$$f(x) = x^2 - 2x + 2 = (x - 1)^2 + 1$$

och det är klart att funktionen har sitt minsta värde när kvadraten är så liten som möjligt, d.v.s. när $x = 1$; funktionsvärdet blir då $f(1) = 1$. När *x* blir större eller mindre än 1 ökar funktionsvärdena. Eftersom intervallet är öppet (du skrev att $0 < x < 3$, vilket innebär att $x \neq 0$ och $x \neq 3$) finns det alltså inget maximalt värde; $f(x) \to 2$ då $x \to 0$ och $f(x) \to 5$ då $x \to 3$, men det finns *inget x* i definitionsmängden för vilket funktionen *antar* värdet 5.

Om din skolboks facit påstår att 5 är ett maximum står det alltså fel i boken. Det kan dock hända att du skrev av uppgiften fel: om intervallet nämligen vore slutet, d.v.s. om $D_f = [0,3]$ (eller, som jag tror man skriver på gymnasiet: om $0 \leq x \leq 3$), så är det klart att det största värdet 5 antas då $x = 3$.

[1] Den här mycket viktiga omskrivningen kallas *kvadratkomplettering*.